それでは，ここで具体的なポアソン分布の例題を解いておこう。

(1) B 先生の携帯には，1 日平均 3 件のメールが入ってくる。この 1 日に入ってくるメールの件数を確率変数 X とし，これが，平均 $\mu = 3$ のポアソン分布 $P_o(3)$ に従うものとする。
(i) $P_o(3)$ の確率関数 $P_P(x)$ を示せ。
(ii) この携帯に 1 日に少なくとも 4 件のメールが入る確率を求めよ。

(1)(i) ポアソン分布 $P_o(\mu)$ の確率関数 $P_P(x)$ は $P_P(x) = e^{-\mu}\cdot\dfrac{\mu^x}{x!}$ より，

$\mu = 3$ のポアソン分布 $P_o(3)$ の確率関数 $P_P(x)$ は，

$$P_P(x) = e^{-3}\cdot\frac{3^x}{x!}\quad(x = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)\ \cdots\cdots\cdots\cdots(\text{答})$$

(ii) 1 日のメール件数 X が少なくとも 4 件となる確率，すなわち $P(X \geqq 4)$ は，全確率 1 から余事象の確率 $P(X \leqq 3)$ を引いて求める。

“少なくとも…” ときたら，余事象の確率を求めて，解いていくことがポイントになる。

余事象の確率 $P(X \leqq 3)$ は，$X = 0,\ 1,\ 2,\ 3$ となるときの確率の総和より，求める確率 $P(X \geqq 4)$ は，

$$P(X \geqq 4) = \underbrace{1}_{\text{全確率}} - \underbrace{P(X \leqq 3)}_{\text{余事象の確率}}$$

$$= 1 - \{P_P(0) + P_P(1) + P_P(2) + P_P(3)\}$$

$$= 1 - \left(e^{-3}\cdot\underbrace{\frac{3^0}{0!}}_{1} + e^{-3}\cdot\underbrace{\frac{3^1}{1!}}_{3} + e^{-3}\cdot\underbrace{\frac{3^2}{2!}}_{\frac{9}{2}} + e^{-3}\cdot\underbrace{\frac{3^3}{3!}}_{\frac{9}{2}}\right)$$

$$= 1 - e^{-3}\left(1 + 3 + \frac{9}{2} + \frac{9}{2}\right) = 1 - \frac{13}{e^3}\ \text{である。}\ \cdots\cdots\cdots(\text{答})$$

(この値を実際に計算して，たとえば，
$P(X \geqq 4) = 0.3528$ (小数第 5 位を四捨五入した) ………(答)
としてもよい。)