実践問題 21　● 市場の余剰分析 (Ⅲ) ●

ある独占企業について，次の条件が与えられている。

需要曲線：$p = p_D(x) = -\dfrac{1}{2}x + 6$ ………①

総費用：$TC(x) = \dfrac{1}{6}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{3}{2}x$ ……②　$(0 < x < 12)$

(ただし，単位は価格 p (万円)，生産量 x ($\times 10^6$ 個) とする。)

このとき，利潤 $\pi(x)$ を最大にする生産量 x_m を求め，さらに，

(i) 消費者余剰 S_c，(ii) 生産者余剰 S_p，(iii) 総余剰 S_T を求めなさい。

ヒント！ xp 平面に，$p = p_D(x)$，$MR(x)$，$MC(x)$ のグラフを描いてまず，$MR(x) = MC(x)$ から，x_m と独占価格 p_m を求める。さらに，このグラフを基に (i) S_c と (ii) S_p と (iii) $S_T = S_c + S_p$ を求めればいいんだね。頑張ろう！

解答＆解説

・まず，公式 $MC(x) = TC'(x)$ を用いて，限界費用 $MC(x)$ を求めると，②より，

$$MC(x) = TC'(x) = \left(\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x\right)' = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2} \leftarrow \frac{1}{2}(x^2-2x+1)+1$$

$$\therefore MC(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 1 \quad \cdots\cdots ③ \quad (0 < x < 12) \quad となる。$$

・次に，限界収入 $MR(x)$ を公式 $MR(x) = \{x \cdot p_D(x)\}'$ を使って求めると，①より，

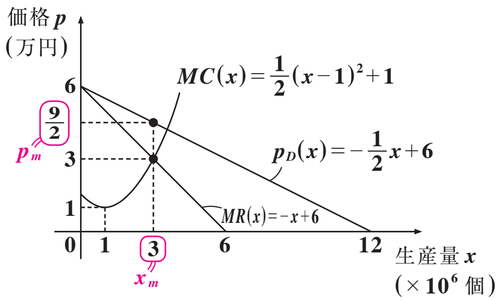
$$MR(x) = TR'(x) = \{x \cdot p_D(x)\}' = \left(-\frac{1}{2}x^2 + 6x\right)' = -x + 6$$

$$\therefore MR(x) = -x + 6 \quad \cdots\cdots ④ \quad (0 < x < 6) \quad となる。$$

xp 平面上に，$p_D(x)$，$MC(x)$ $MR(x)$ のグラフを示す。

利潤 $\pi(x)$ を最大にする x_m は $MC(x) = MR(x)$ の解より，③，④を用いて

$$\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2} = -x + 6$$



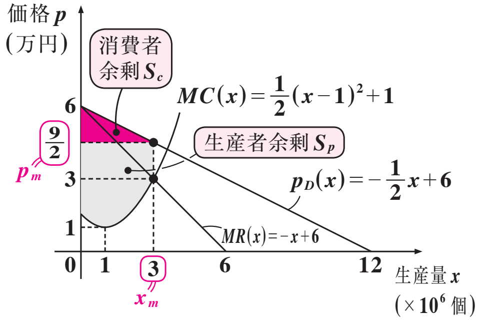
両辺を 2 倍して，$x^2\cancel{-2x}+3=\cancel{-2x}+12$　　$x^2=9$　　$x=\pm3$

ここで，$x_m>0$ より，$x_m=3(\times10^6$ 個$)$ ……⑤ となる。

⑤を①に代入して，独占価格 p_m を求めると，

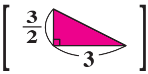
$$p_m=p_D(x_m)=p_D(3)=-\frac{3}{2}+6=\frac{12-3}{2}=\frac{9}{2}\,(\text{万円})\ \cdots\cdots⑥$$ となる。

次に，右のグラフを基に



(i) 消費者余剰 S_c を求めると，

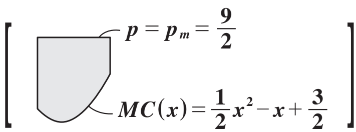
$$S_c=\frac{1}{2}\times3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}\ \cdots\cdots⑦$$



三角形の面積を求めるだけなので，特に積分計算する必要はない！

(ii) 生産者余剰 S_p を求めると，

$$S_p=\int_0^3\{\underbrace{p_m}_{\frac{9}{2}\ (⑥より)}-\underbrace{MC(x)}_{\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}\ (③より)}\}$$



$$=\int_0^3\left\{\frac{9}{2}-\left(\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}\right)\right\}dx=\int_0^3\left(-\frac{1}{2}x^2+x+3\right)dx$$

$$=\left[-\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2+3x\right]_0^3=-\frac{\cancel{27}}{\cancel{6}}+\frac{\cancel{9}}{\cancel{2}}+9=9\ \cdots\cdots⑧$$ である。

(iii) 総余剰 S_T は，$S_T=S_c+S_p$ より，⑦，⑧より，

$$S_T=S_c+S_p=\frac{9}{4}+9=\frac{9+36}{4}=\frac{45}{4}$$ となる。

解答　$x_m=3$　(i) $S_c=\frac{9}{4}$　(ii) $S_p=9$　(iii) $S_T=\frac{45}{4}$