$(ex2)$ 点 $\mathrm{B}(\underset{x_1}{-1},\ \underset{y_1}{1},\ \underset{z_1}{3})$ を通り，法線ベクトル $\vec{n}=(\underset{a}{3},\ \underset{b}{-2},\ \underset{c}{-1})$ をもつ平面 β の方程式は，公式 $a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)=0$ を用いると，

$3(x+1)-2(y-1)-1\cdot(z-3)=0$　より，これを変形して

$[a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)=0]$

$3x+3-2y+2-z+3=0$

$\therefore\ 3x-2y-z+8=0$　となるんだね。納得いった？

それでは，このようにして求める平面と直線との交点の問題について，次の練習問題を解いてみよう。

練習問題 23　平面と直線の交点　CHECK 1　CHECK 2　CHECK 3

xyz 座標空間上に，点 $\mathrm{A}(6,\ -3,\ 2)$ を通り，方向ベクトル $\vec{d}=(2,\ -1,\ 2)$ の直線 L と点 $\mathrm{B}(2,\ 1,\ -1)$ を通り，法線ベクトル $\vec{n}=(3,\ -1,\ 2)$ の平面 α がある。

(1) 直線 L の方程式を求めよ。

(2) 平面 α の方程式を求めよ。

(3) 直線 L と平面 α の交点 P の座標を求めよ。

(1) 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1,\ z_1)$ を通り，方向ベクトル $\vec{d}=(l,\ m,\ n)$ の直線の方程式は，$\dfrac{x-x_1}{l}=\dfrac{y-y_1}{m}=\dfrac{z-z_1}{n}$ ……①となるんだね。(2) 点 $\mathrm{B}(x_2,\ y_2,\ z_2)$ を通り，法線ベクトル $\vec{n}=(a,\ b,\ c)$ の平面の方程式は $a(x-x_2)+b(y-y_2)+c(z-z_2)=0$ ……② となるのも大丈夫だね。(3) では，①$=t$(媒介変数)とおいて $x,\ y,\ z$ を t で表す。そして，これらを②に代入して，t の値を求めれば，①の直線と②の平面の交点 P の座標が求められるんだね。頑張ろう！

(1) 点 A$(6, -3, 2)$を通り，方向ベクトル$\vec{d}=(2, -1, 2)$の直線 L の方程式は，

$$\frac{x-6}{2}=\frac{y-(-3)}{-1}=\frac{z-2}{2}$$ より，

直線の方程式
$$\frac{x-x_1}{l}=\frac{y-y_1}{m}=\frac{z-z_1}{n}$$

直線 L：$\dfrac{x-6}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$ ……① となる。

(2) 点 B$(2, 1, -1)$を通り，法線ベクトル$\vec{n}=(3, -1, 2)$の平面 α の方程式は，

$$3(x-2)-1\cdot(y-1)+2\{z-(-1)\}=0$$

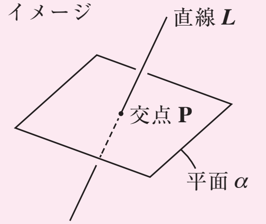
平面の方程式
$$a(x-x_2)+b(y-y_2)+c(z-z_2)=0$$

$3x-6-y+1+2z+2=0$ より，

平面 α：$3x-y+2z-3=0$ ……② となるんだね。

(3) では次，①の直線 L と平面 α との交点 P の座標を求めよう。

イメージ



(i) まず，交点 P は直線 L 上の点なので，① $=t$ (媒介変数) とおくと，

$$\frac{x-6}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-2}{2}=t$$ より，

$$\begin{cases} x=2t+6 \\ y=-t-3 \\ z=2t+2 \end{cases}$$

媒介変数表示された直線の式：
$$\begin{cases} x=l\cdot t+x_1 \\ y=m\cdot t+y_1 \\ z=n\cdot t+z_1 \end{cases}$$

よって，交点 P の座標は，媒介変数 t を用いて，

P$(2t+6,\ -t-3,\ 2t+2)$ ……③ と表される。

(ⅱ) 次に，交点 **P** は平面 α 上の点でもあるので，③の座標を②に代入しても成り立つんだね。よって，

$3(2t+6)-1\cdot(-t-3)+2(2t+2)-3=0$ となる。よって，

$6t+18+t+\cancel{3}+4t+4-\cancel{3}=0$ より，

$11t+22=0 \quad 11t=-22$

$\therefore\ t=-\dfrac{22}{11}=-2$ となって，t の値が求められる。

これを③に代入すると，

$P(\underbrace{2\cdot(-2)+6}_{-4+6=2},\ \underbrace{-(-2)-3}_{2-3=-1},\ \underbrace{2\cdot(-2)+2}_{-4+2=-2})$ より，

直線 L と平面 α の交点 **P** の座標は，

$P(2,\ -1,\ -2)$ となって，答えだ！どう？大丈夫だった？

以上で，“**空間ベクトル**”の講義はすべて終了です。特に今日の講義は内容満載だったからね。フ〜，疲れたって？…そうだね。疲れたら，まずゆっくり休むことだ。そして，元気を回復したら，またもう **1** 度ヨ〜ク復習してみるといいよ。さらに理解が深まって，空間ベクトルについても本格的な実践力を身につけることができると思うよ。

数学力を磨くのに，平面図形，空間図形を含めて，図形的なセンスは欠かせない。そして，この図形問題を解く有力な切り札の **1** つがベクトルだからね。ベクトルに強くなれば，様々な形の図形問題にも切り込んでいくことができるんだね。だから，今は疲れている人も，またヤル気を出して，復習してチャレンジしてほしい。

キミ達の成長を心より祈っている…。

では，次回は新たなテーマに入るけれど，みんな元気に出ておいで。

それじゃ，またな。さようなら…。