実践問題 22　● 従量税と死荷重損失 ●

短期の完全競争市場において，次の需要曲線 D と供給曲線 S が与えられている。(ただし，l はリットルを表す。)

需要曲線 D：$p = p_D(x) = -x + 18$ ……①　$(0 < x < 18)$

供給曲線 S：$p = p_S(x) = \dfrac{1}{6}x^2$ ………②

(ただし，単位は価格 p (×10 円/l)，生産量 x (×$10^9 l$/月) とする。)

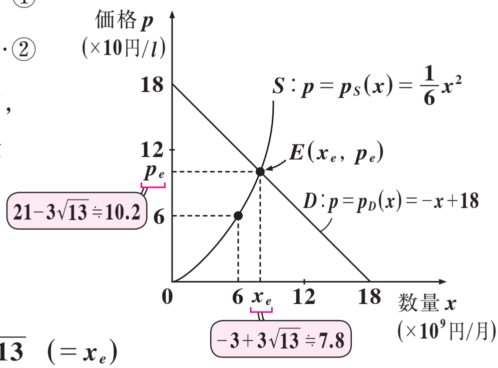
(1) 均衡点 $E(x_e,\ p_e)$ の均衡数量 x_e と均衡価格 p_e を求めなさい。

(2) $1l$ 当たり 6 (×10 円) の従量税が課されたものとする。このときの死荷重損失 D_L を求めなさい。

ヒント！ (1) ①と②から，p を消去して，x の 2 次方程式を解けば $x_e(>0)$ が求まるんだね。(2) 従量税 6 (×10 円/l) が課された場合，新たな供給曲線 S' として，S'：$p = p_S(x) + 6 = \dfrac{1}{6}x^2 + 6$ を使って，死荷重損失 D_L を計算すればいい。頑張ろう！

解答＆解説

(1) $\begin{cases} D：p = p_D(x) = -x + 18 & \cdots\cdots ① \\ S：p = p_S(x) = \dfrac{1}{6}x^2 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$



$(0 < x < 18)$ より，p を消去して，均衡点 $E(x_e,\ p_e)$ の均衡数量 $x_e(>0)$ を求めると，

$-x + 18 = \dfrac{1}{6}x^2$

$x^2 + 6x - 108 = 0$ より，

$x = -3 \pm \underbrace{\sqrt{3^2 + 108}}_{\sqrt{3^2+3^2\times 12} = \sqrt{3^2\times 13} = 3\sqrt{13}} = -3 \pm 3\sqrt{13}\quad (= x_e)$

2 次方程式：$ax^2 + 2b'x + c = 0$ の解は，$x = \dfrac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$

ここで，$x_e(>0)$ より，$x_e = -3 + 3\sqrt{13}$ $(\fallingdotseq 7.8)$ ……③ となり，③を①に代入して，均衡価格 $p_e = p_D(x_e) = -(-3 + 3\sqrt{13}) + 18 = 21 - 3\sqrt{13}$ $(\fallingdotseq 10.2)$ となる。

(2) 次に，従量税 6 (×10円/l) が課されたとき，新たな供給曲線 S' は，

$S': p = p_S(x) = \frac{1}{6}x^2 + 6$ ……④ となる。

よって，①と④の交点を $E'(x_e', p_e')$ とおくと，これが新たな均衡点となる。ここで，新たな均衡数量 x_e' を求める。

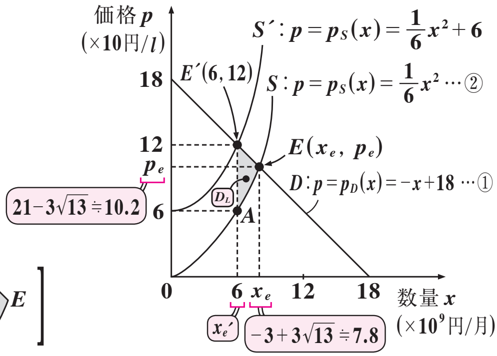
①，④より，p を消去して，$-x+18=\frac{1}{6}x^2+6$ 　$-6x+108=x^2+36$

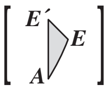
$x^2+6x-72=0$ 　$(x-6)(x+12)=0$ 　ここで，$x_e'(>0)$ より，

$x_e'=6$ ……⑤ となる。

需要曲線 D と2つの供給曲線 S と S' のグラフを右に示す。このグラフから，死荷重損失 D_L は，

$D_L=$ (図形 AEE' の面積) となる。よって，





$$D_L=\int_6^{x_e}\{\underbrace{p_D(x)}_{-x+18}-\underbrace{p_S(x)}_{\frac{1}{6}x^2\ (①,\ ②より)}\}$$

$$=\int_6^{3(\sqrt{13}-1)}\left(-\frac{1}{6}x^2-x+18\right)dx=\left[-\frac{1}{18}x^3-\frac{1}{2}x^2+18x\right]_6^{3(\sqrt{13}-1)}$$

$$=\underbrace{-\frac{27}{18}(\sqrt{13}-1)^3}_{-\frac{3}{2}(13\sqrt{13}-3\cdot13+3\sqrt{13}-1)}\underbrace{-\frac{9}{2}(\sqrt{13}-1)^2}_{\frac{9}{2}(13-2\sqrt{13}+1)}+54(\sqrt{13}-1)+\frac{6^3}{18}+\frac{6^2}{2}-18\times6$$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$$=\underline{-24\sqrt{13}+60}-\underline{(63-9\sqrt{13})}+54\sqrt{13}\underbrace{-54+12+18-108}_{-132}$$

$$=(-24+9+54)\sqrt{13}+60-63-132$$

$$=39\sqrt{13}-135\ (≒5.6)$$ となる。

解答 (1) $x_e=-3+3\sqrt{13}$ (または，$3(\sqrt{13}-1)$)，$p_e=21-3\sqrt{13}$ (または，$3(7-\sqrt{13})$)

(2) $D_L=39\sqrt{13}-135$