演習問題 94　● 母平均 μ の検定 (σ^2 は既知) ●

ある電子製品の充電時間が **2.00** 時間と表示されている。この表示に問題がないかを調べるために，無作為に **16** 個の製品を抽出して，これらの充電時間を測定した結果，平均の充電時間は **2.12** 時間であった。この製品全体の充電時間は，正規分布 $N(\mu,\ 0.04)$ に従うものとする。
このとき，「仮説 $H_0：\mu = 2.00$ (時間)」を，
対立仮説　**(1)**「$H_1：\mu \neq 2.00$ (時間)」として，または，
　　　　　(2)「$H_1'：\mu > 2.00$ (時間)」として，それぞれ
有意水準 $\alpha = 0.01$ で検定せよ。

ヒント！　母分散 $\sigma^2 = 0.04 = \dfrac{1}{25}$ は既知なので，検定統計量 $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sqrt{\dfrac{\sigma^2}{n}}}$ とおくと，T は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。よって，これから，**(1)** では両側検定を行い，**(2)** では右側検定を行えばいいんだね。

解答＆解説

(1) 正規分布 $N(\mu,\ \underbrace{0.04}_{\sigma^2})$ に従う母集団から，$n = 16$ 個の標本を無作為に抽出して，$X = X_1, X_2, \cdots, X_{16}$ としたとき，標本平均 $\overline{X}$ は，

$\overline{X} = \dfrac{1}{16}\displaystyle\sum_{k=1}^{16} X_k = 2.12$ (時間) で

あった。標本平均 $\overline{X}$ は，正規分布 $N\left(\mu,\ \underbrace{\dfrac{0.04}{16}}_{\frac{\sigma^2}{n} = \frac{1}{16 \times 25}}\right)$ に従うので，検定統計量 T を，

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sqrt{\dfrac{\sigma^2}{n}}} = \frac{\overline{X} - 2.00}{\sqrt{\dfrac{1}{16 \times 25}}} = \frac{\overline{X} - 2}{\dfrac{1}{20}}$$ より，

表 1

仮説 H_0	$\mu = 2.00$
対立仮説 H_1	$\mu \neq 2.00$(両側検定)
有意水準 α	0.01
標本数 n	16
標本平均 $\overline{X}$	2.12
母分散 σ^2	0.04
検定統計量 T	$20(\overline{X} - 2.00)$
$u\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)$	2.58
棄却域 R	R ： $T \leq -2.58$, R ： $2.58 \leq T$ ($t = 2.40$)
検定結果	仮説 H_0 は棄却されない

$T=20(\overline{X}-2)$ とおくと，T は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

ここで，「仮説 H_0 : $\mu=2.00$」を

（対立仮説 H_1 : $\mu \neq 2.00$）← 両側検定

有意水準 $\alpha=0.01$ で検定すると，

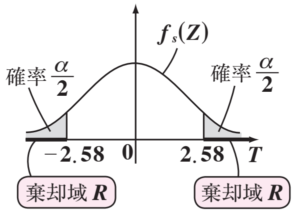
$u\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=u(0.005)=2.58$ より，

標準正規分布表（P203）

z	……	0.08
⋮		⋮
2.5	……	0.00494 ≒ 0.005

棄却域 R は，

$T<-2.58$ または $2.58<T$ となる。



$\overline{X}=2.12$ より，T の実現値 t は，

$t=20(2.12-2)=2.4$ となって，

これは棄却域 R には入らない。

∴「仮説 H_0 : $\mu=2.00$」は棄却されない。

…………（答）

(2) 次に，「仮説 H_0 : $\mu=2.00$」を

（対立仮説 $H_1{}'$: $\mu>2.00$）← 右側検定

有意水準 $\alpha=0.01$ で検定すると，

$u(\alpha)$

$=u(0.01)$

$=2.33$ より，

z	……	0.03
⋮		⋮
2.3	……	0.0099 ≒ 0.01

棄却域 R は，

$2.33<T$ となる。

$\overline{X}=2.12$ より，T の実現値 t は，

$t=20\cdot(2.12-2)=2.4$ となって，これは棄却域 R に入る。

∴「仮説 H_0 : $\mu=2.00$」は棄却される。 ………………（答）

表 2

仮説 H_0	$\mu=2.00$
対立仮説 H_1	$\mu>2.00$（右側検定）
有意水準 α	0.01
標本数 n	16
標本平均 $\overline{X}$	2.12
母分散 σ^2	0.04
検定統計量 T	$20(\overline{X}-2.00)$
$u(\alpha)$	2.33
棄却域 R	$t=2.40$，R，2.33，T
検定結果	仮説 H_0 は棄却される